Gravitação

1. (Fuvest 2016) O grande mérito do sábio toscano estava exatamente na apresentação de suas conclusões na forma de “leis” matemáticas do mundo natural. Ele não apenas defendia que o mundo era governado por essas “leis”, como também apresentava as que havia “descoberto” em suas investigações.

Carlos Z. Camenietzki, *Galileu em sua órbita*. 01/02/2014.
www.revistadehistoria.com.br.

Considerando que o texto se refere a Galileu Galilei (1564-1642),

a) identifique uma das “leis” do mundo natural proposta por ele;
b) indique dois dos principais motivos pelos quais ele foi julgado pelo Tribunal da Inquisição.

2. (Unicamp 2015) A primeira lei de Kepler demonstrou que os planetas se movem em órbitas elípticas e não circulares. A segunda lei mostrou que os planetas não se movem a uma velocidade constante.

PERRY, Marvin. *Civilização Ocidental:* uma história concisa. São Paulo: Martins Fontes, 1999, p. 289. (Adaptado)

É correto afirmar que as leis de Kepler
a) confirmaram as teorias definidas por Copérnico e são exemplos do modelo científico que passou a vigorar a partir da Alta Idade Média.
b) confirmaram as teorias defendidas por Ptolomeu e permitiram a produção das cartas náuticas usadas no período do descobrimento da América.
c) são a base do modelo planetário geocêntrico e se tornaram as premissas cientificas que vigoram até hoje.
d) forneceram subsídios para demonstrar o modelo planetário heliocêntrico e criticar as posições defendidas pela Igreja naquela época.

3. (Unicamp 2016) Plutão é considerado um planeta anão, com massa $M_p = 1\times10^{22}$ kg, bem menor que a massa da Terra. O módulo da força gravitacional entre duas massas m_1 e m_2 é dado por $F_g = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$, em que r é a distância entre as massas e G é a constante gravitacional. Em situações que envolvem distâncias astronômicas, a unidade de comprimento comumente utilizada é a Unidade Astronômica (UA).

a) Considere que, durante a sua aproximação a Plutão, a sonda se encontra em uma posição que está $d_p = 0{,}15$ UA distante do centro de Plutão e $d_T = 30$ UA distante do centro da Terra. Calcule a razão $\left(\dfrac{F_{gT}}{F_{gP}}\right)$ entre o módulo da força gravitacional com que a Terra atrai a sonda e o módulo da força gravitacional com que Plutão atrai a sonda. Caso necessário, use a massa da Terra $M_T = 6\times10^{24}$ kg.

b) Suponha que a sonda New Horizons estabeleça uma órbita circular com velocidade escalar orbital constante em torno de Plutão com um raio de $r_p = 1\times10^{-4}$ UA. Obtenha o módulo da velocidade orbital nesse caso. Se necessário, use a constante gravitacional $G = 6\times10^{-11}\ N\cdot m^2/kg^2$. Caso necessário, use $1\,UA$ (Unidade astronômica) $= 1{,}5\times10^8$ km.

4**.** (Fuvest 2016) A Estação Espacial Internacional orbita a Terra em uma altitude h. A aceleração da gravidade terrestre dentro dessa espaçonave é

Note e adote:
- g_T é a aceleração da gravidade na superfície da Terra.
- R_T é o raio da Terra.

a) nula.
b) $g_T\left(\dfrac{h}{R_T}\right)^2$
c) $g_T\left(\dfrac{R_T - h}{R_T}\right)^2$
d) $g_T\left(\dfrac{R_T}{R_T + h}\right)^2$
e) $g_T\left(\dfrac{R_T - h}{R_T + h}\right)^2$

5**.** (Enem PPL 2015) Observações astronômicas indicam que no centro de nossa galáxia, a Via Láctea, provavelmente exista um buraco negro cuja massa é igual a milhares de vezes a massa do Sol. Uma técnica simples para estimar a massa desse buraco negro consiste em observar algum objeto que orbite ao seu redor e medir o período de uma rotação completa, T, bem como o raio médio, R, da órbita do objeto, que supostamente se desloca, com boa aproximação, em movimento circular uniforme. Nessa situação, considere que a força resultante, devido ao movimento circular, é igual, em magnitude, à força gravitacional que o buraco negro exerce sobre o objeto.
A partir do conhecimento do período de rotação, da distância média e da constante gravitacional, G, a massa do buraco negro é

a) $\dfrac{4\pi^2R^2}{GT^2}$.
b) $\dfrac{\pi^2R^3}{2GT^2}$.
c) $\dfrac{2\pi^2R^3}{GT^2}$.
d) $\dfrac{4\pi^2R^3}{GT^2}$.
e) $\dfrac{\pi^2R^5}{GT^2}$.

6**.** (Fuvest 2015) A notícia “Satélite brasileiro cai na Terra após lançamento falhar”, veiculada pelo jornal *O Estado de S. Paulo* de 10/12/2013, relata que o satélite CBERS-3, desenvolvido em parceria entre Brasil e China, foi lançado no espaço a uma altitude de 720 km (menor do que a planejada) e com uma velocidade abaixo da necessária para colocá-lo em órbita em torno da Terra. Para que o satélite pudesse ser colocado em órbita circular na altitude de

$720\text{ km},$ o módulo de sua velocidade (com direção tangente à órbita) deveria ser de, aproximadamente,

Note e adote:
- raio da Terra $= 6 \times 10^3$ km
- massa da Terra $= 6 \times 10^{24}$ kg
- constante da gravitação universal $G = 6,7 \times 10^{-11}\ m^3 / \left(s^2 kg\right)$

a) 61 km / s
b) 25 km / s
c) 11 km / s
d) $7,7\text{ km / s}$
e) $3,3\text{ km / s}$

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES:
A(s) questão(ões) a seguir refere(m)-se ao texto abaixo.

Em seu livro *O pequeno príncipe*, Antoine de Saint-Exupéry imaginou haver vida em certo planeta ideal. Tal planeta teria dimensões curiosas e grandezas gravitacionais inimagináveis na prática. Pesquisas científicas, entretanto, continuam sendo realizadas e não se descarta a possibilidade de haver mais planetas no sistema solar, além dos já conhecidos.

Imagine um hipotético planeta, distante do Sol 10 vezes mais longe do que a Terra se encontra desse astro, com massa 4 vezes maior que a terrestre e raio superficial igual à metade do raio da Terra. Considere a aceleração da gravidade na superfície da Terra expressa por $g.$

7. (Fgv 2015) Esse planeta completaria uma volta em torno do Sol em um tempo, expresso em anos terrestres, mais próximo de
a) 10.
b) 14.
c) 17.
d) 28.
e) 32.

8. (Fgv 2015) Um objeto, de massa $m,$ a uma altura h acima do solo desse planeta, com h muito menor do que o raio superficial do planeta, teria uma energia potencial dada por $m \cdot g \cdot h$ multiplicada pelo fator
a) 10.
b) 16.
c) 32.
d) 36.
e) 54.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
Considere os dados abaixo para resolver a(s) questão(ões) quando for necessário.

Constantes físicas

Aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$

Velocidade da luz no vácuo: $c = 3,00 \times 10^8\ m/s$

Constante da lei de Coulomb: $k_0 = 9,0 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2$

9. (Cefet MG 2015) Um foguete é lançado de um planeta de massa M e raio R. A velocidade mínima necessária para que ele escape da atração gravitacional e vá para o espaço é dada por

a) $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$.

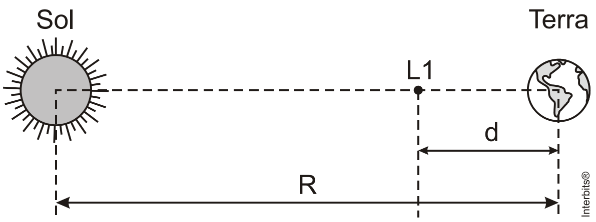
b) $v = \sqrt{\frac{2GM}{R^2}}$.

c) $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$.

d) $v = \sqrt{\frac{GM}{R^2}}$.

e) $v = \sqrt{\frac{R}{GM}}$.

10. (Fuvest 2014) Há um ponto no segmento de reta unindo o Sol à Terra, denominado “Ponto de Lagrange L1”. Um satélite artificial colocado nesse ponto, em órbita ao redor do Sol, permanecerá sempre na mesma posição relativa entre o Sol e a Terra.

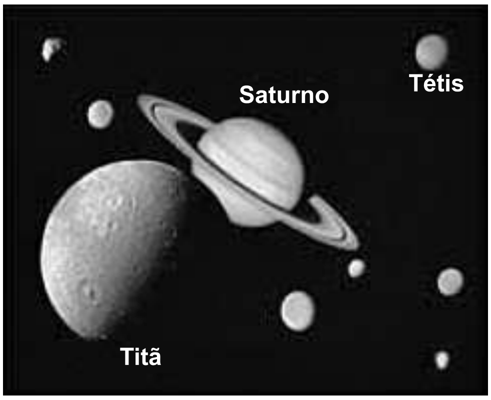


Nessa situação, ilustrada na figura acima, a velocidade angular orbital ω_A do satélite em torno do Sol será igual à da Terra, ω_T. Para essa condição, determine

a) ω_T em função da constante gravitacional G, da massa M_S do Sol e da distância R entre a Terra e o Sol;
b) o valor de ω_A em rad/s;
c) a expressão do módulo F_r da força gravitacional resultante que age sobre o satélite, em função de G, M_S ,M_T, m, R e d, sendo M_T e m, respectivamente, as massas da Terra e do satélite e d a distância entre a Terra e o satélite.

Note e adote: $1\,\text{ano} \approx 3{,}14 \times 10^7$ s. O módulo da força gravitacional F entre dois corpos de massas M_1 e M_2, sendo r a distância entre eles, é dado por $F = G\, M_1\, M_2/r^2$. Considere as órbitas circulares.

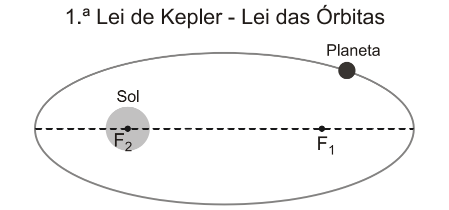
11. (Unesp 2014) Saturno é o sexto planeta a partir do Sol e o segundo maior, em tamanho, do sistema solar. Hoje, são conhecidos mais de sessenta satélites naturais de Saturno, sendo que o maior deles, Titã, está a uma distância média de 1 200 000 km de Saturno e tem um período de translação de, aproximadamente, 16 dias terrestres ao redor do planeta.

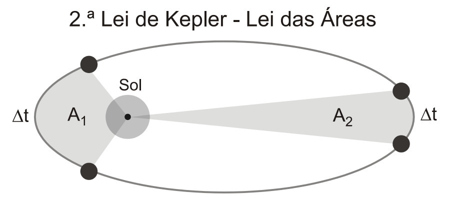


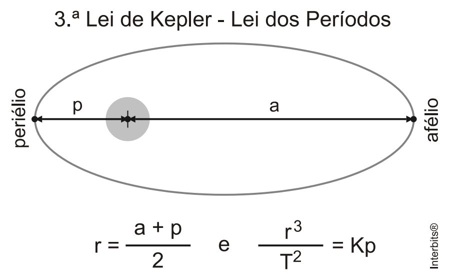
fora de escala

(http://caronteiff.blogspot.com.br. Adaptado.)

Tétis é outro dos maiores satélites de Saturno e está a uma distância média de Saturno de 300 000 km.
Considere:







O período aproximado de translação de Tétis ao redor de Saturno, em dias terrestres, é
a) 4.
b) 2.
c) 6.
d) 8.
e) 10.

12**.** (Uerj 2014) A intensidade F da força de atração gravitacional entre o Sol e um planeta é expressa pela seguinte relação:

$$F = G\frac{mM}{r^2}$$

G − constante universal da gravitação
m − massa do planeta
M − massa do Sol
r − raio da órbita do planeta

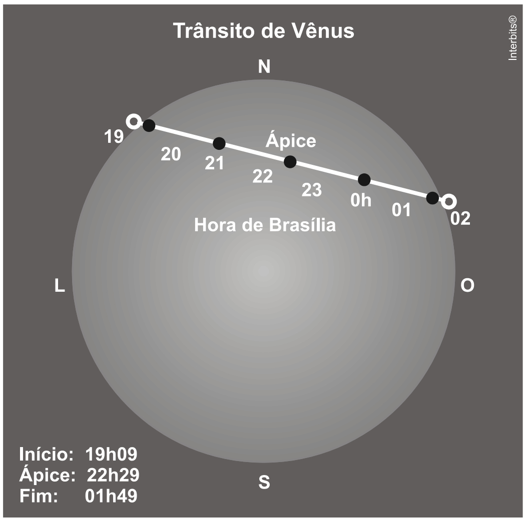
Admitindo que o movimento orbital dos planetas do sistema solar é circular uniforme, estime a massa do Sol.

13. (Unicamp 2014) “As denúncias de violação de telefonemas e transmissão de dados de empresas e cidadãos brasileiros serviram para reforçar a tese das Forças Armadas da necessidade de o Brasil dispor de seu próprio satélite geoestacionário de comunicação militar” (*O Estado de São Paulo*, 15/07/2013). Uma órbita geoestacionária é caracterizada por estar no plano equatorial terrestre, sendo que o satélite que a executa está sempre acima do mesmo ponto no equador da superfície terrestre. Considere que a órbita geoestacionária tem um raio *r* □□42000 km.

a) Calcule a aceleração centrípeta de um satélite em órbita circular geoestacionária.

b) A energia mecânica de um satélite de massa *m* em órbita circular em torno da terra é dada por $E = -\frac{GMm}{2r}$, em que *r* é o raio da órbita, $M = 6 \times 10^{24}$ kg é a massa da Terra e $G = 6,7 \times 10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}$. O raio de órbita de satélites comuns de observação (não geoestacionários) é tipicamente de 7000 km. Calcule a energia adicional necessária para colocar um satélite de 200 kg de massa em uma órbita geoestacionária, em comparação a colocá-lo em uma órbita comum de observação.

14. (Unesp 2013) No dia 5 de junho de 2012, pôde-se observar, de determinadas regiões da Terra, o fenômeno celeste chamado trânsito de Vênus, cuja próxima ocorrência se dará em 2117.



(www.apolo11.com. Adaptado.)

Tal fenômeno só é possível porque as órbitas de Vênus e da Terra, em torno do Sol, são aproximadamente coplanares, e porque o raio médio da órbita de Vênus é menor que o da Terra.
Portanto, quando comparado com a Terra, Vênus tem

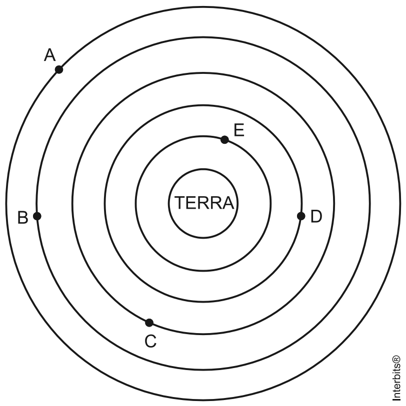
a) o mesmo período de rotação em torno do Sol.
b) menor período de rotação em torno do Sol.
c) menor velocidade angular média na rotação em torno do Sol.
d) menor velocidade escalar média na rotação em torno do Sol.
e) menor frequência de rotação em torno do Sol.

15**.** (Fgv 2013) A massa da Terra é de $6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg, e a de Netuno é de $1{,}0 \cdot 10^{26}$ kg. A distância média da Terra ao Sol é de $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m, e a de Netuno ao Sol é de $4{,}5 \cdot 10^{12}$ m. A razão entre as forças de interação Sol-Terra e Sol-Netuno, nessa ordem, é mais próxima de
a) 0,05.
b) 0,5.
c) 5.
d) 50.
e) 500.

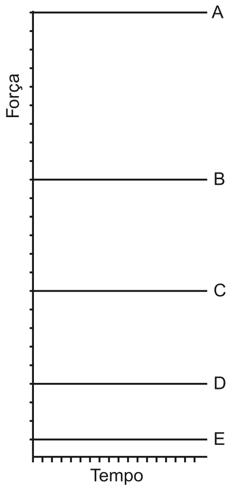
16**.** (Enem 2013) A Lei da Gravitação Universal, de Isaac Newton, estabelece a intensidade da força de atração entre duas massas. Ela é representada pela expressão:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

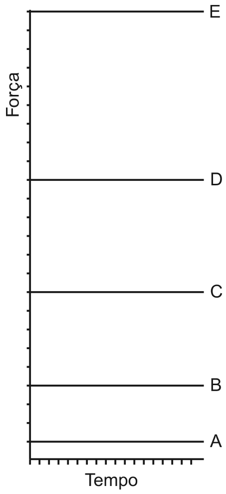
onde m_1 e m_2 correspondem às massas dos corpos, d à distância entre eles, G à constante universal da gravitação e F à força que um corpo exerce sobre o outro.
O esquema representa as trajetórias circulares de cinco satélites, de mesma massa, orbitando a Terra.

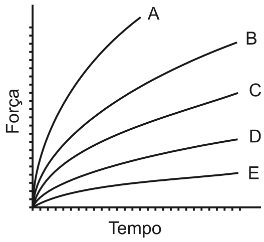


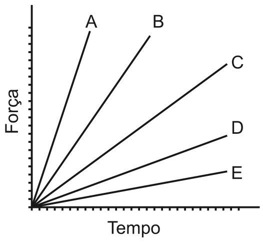
Qual gráfico expressa as intensidades das forças que a Terra exerce sobre cada satélite em função do tempo?

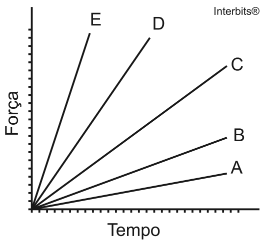


a)

b) 
E
D
C
B
A
Força
Tempo

c) 
A
B
C
D
E
Força
Tempo

d) 
A
B
C
D
E
Força
Tempo

e) 
Interbits®
E
D
C
B
A
Força
Tempo

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[Resposta do ponto de vista da disciplina de Física]
a) Galileu é um dos proponentes do heliocentrismo, teoria que previa a movimentação dos planetas ao redor do Sol. Galileu, por meio da observação, foi capaz de reforçar o discurso de outros sábios, que estavam se tornando cientistas, no final da Idade Média e início da Idade Moderna.
b) Galileu foi julgado pela inquisição por alguns motivos, entre eles a proposta do heliocentrismo, o que contrariava a visão de mundo da Igreja Católica – defensora do geocentrismo. Outro motivo que podemos apontar é a forma de produção do conhecimento proposta por ele e seus pares. A noção de se produzir conhecimento a partir da observação, (como o tempo de queda livre independer da massa) e usando instrumentos, tais como a luneta, e com um método próprio (o método científico), preocupava a Igreja Católica que naquele momento ainda era a maior detentora de conhecimentos capazes de explicar o funcionamento do universo.

[Resposta do ponto de vista da disciplina de História]
a) Podemos citar algumas leis criadas por Galileu, como (1) a teoria de que todos os planetas orbitam em torno do Sol – o heliocentrismo e (2) a teoria de que, sem a resistência do ar, todos os corpos em queda livre atingem a mesma velocidade independente de suas massas.
b) Como todos os pensadores renascentistas, Galileu primava pelo uso da razão em suas análises. Assim, muitas vezes, suas teorias iam de encontro ao que a Igreja Católica preconizava. Em especial, ele foi perseguido pela teoria do heliocentrismo, uma vez que a Igreja defendia o geocentrismo.

Resposta da questão 2:
[D]

[Resposta do ponto de vista da disciplina de Física]
As leis de Kepler forneceram subsídios para o modelo heliocêntrico (Sol no centro) contrapondo-se ao sistema geocêntrico (Terra no centro) até, então, defendido pela igreja naquela época.

[Resposta do ponto de vista da disciplina de História]
Somente a alternativa [D] está correta. A questão remete ao Renascimento Científico vinculado ao Renascimento Cultural dos séculos XIV, XV e XVI. O espírito Renascentista é pautado pela investigação, a busca do conhecimento, seja pelo método indutivo vinculado ao Empirismo ou ao pelo método dedutivo associado ao Racionalismo. Questionava-se qualquer tipo de autoridade, sobretudo o poder da Igreja que era ancorada na filosofia grega de Aristóteles. Este pensador defendia uma visão geocêntrica de mundo e teve apoiou de outros estudiosos antigos como Ptolomeu. A Igreja católica no medievo baseou-se no pensamento aristotélico-ptolomaico antigo e também defendeu o geocentrismo. No entanto, alguns estudiosos do Renascimento Científico começaram a questionar esta pseudo-visão. Entre eles estão Copérnico, 1473-1543, que escreveu o livro “Da Revolução Das Esferas Celestes”, em que combateu a tese geocêntrica e defendeu o heliocentrismo e Johannes Kepler, 1571-1630, pensador alemão que formulou três leis importantes para a Revolução Cientifica do século XVII que consolidou o heliocentrismo. **Primeira Lei**: das órbitas, os planetas giram em órbitas elípticas ao redor do sol. **Segunda Lei**: das áreas, um planeta girará com maior velocidade quanto mais próximo estiver do sol. **Terceira Lei**: a relação do cubo da distância média de um planeta ao sol e o quadrado do período da revolução do planeta é uma constante sendo a mesma para todos os planetas.

Resposta da questão 3:
a) Dados: $M_P = 1 \times 10^{22}$ kg; $M_T = 6 \times 10^{24}$ kg; $d_T = 30\,UA$; $d_P = 0{,}15\,UA$.

$$\left.\begin{cases} F_{gT} = G\dfrac{M_T\,m}{d_T^2} \\ F_{gP} = G\dfrac{M_P\,m}{d_P^2} \end{cases}\right\rangle \div \;\Rightarrow\; \frac{F_{gT}}{F_{gP}} = \frac{\cancel{G}\,M_T\,\cancel{m}}{d_T^2} \times \frac{d_P^2}{\cancel{G}\,M_P\,\cancel{m}} = \frac{6\times10^{24}\times(0{,}15)^2}{1\times10^{22}\times30^2} \;\Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{F_{gT}}{F_{gP}} = 1{,}5\times10^{-2}.}$$

b) Dados:

$M_P = 1\times10^{22}$ kg; $G = 6\times10^{-11}\,N\cdot m^2/kg^2$;

$r_P = 1\times10^{-4}\,UA = 1\times10^{-4}\times1{,}5\times10^{8}\,km = 1{,}5\times10^{7}\,m.$

Nesse caso, a força gravitacional age como resultante centrípeta:

$$F_{Rcent} = F_g \;\Rightarrow\; \frac{m v^2}{r_P} = \frac{G M_p\, m}{r_P^2} \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\frac{G M_P}{r_P}} = \sqrt{\frac{6\times10^{-11}\times1\times10^{22}}{1{,}5\times10^{7}}} = \sqrt{4\times10^{4}} \;\Rightarrow$$

$$\boxed{v = 200\ m/s.}$$

Resposta da questão 4:
[D]

$$\left.\begin{cases} \text{Na superfície: } g_T = \dfrac{G\,M}{R_T^2} \\ \text{Na espaçonave: } g = \dfrac{G\,M}{\left(R_T + h\right)^2} \end{cases}\right\rangle \div \Rightarrow\; \frac{g}{g_T} = \frac{G\,M}{\left(R_T+h\right)^2} \times \frac{R_T^2}{G\,M} \;\Rightarrow\; \boxed{g = g_T\left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2.}$$

Resposta da questão 5:
[D]

A força gravitacional age como resultante centrípeta. Seja M a massa do buraco negro e m massa do objeto orbitante. Combinando a lei de Newton da gravitação com a expressão da velocidade para o movimento circular uniforme, vem:

$$\left.\begin{cases} v = \dfrac{\Delta S}{\Delta t} \;\Rightarrow\; v = \dfrac{2\pi R}{T} \\ \dfrac{G M \cancel{m}}{R^{\cancel{2}}} = \dfrac{\cancel{m}\, v^2}{\cancel{R}} \;\Rightarrow\; M = \dfrac{R}{G} v^2 \end{cases}\right\rangle \Rightarrow\; M = \frac{R}{G}\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2 = \frac{R}{G}\,\frac{4\pi^2 R^2}{T^2} \;\Rightarrow\; \boxed{M = \frac{4\pi^2 R^3}{G T^2}.}$$

Resposta da questão 6:
[D]

Dados:

$R = 6\times10^{3}$ km $= 6\times10^{6}$ m; $h = 720$ km $= 0{,}72\times10^{6}$ m; $M = 6\times10^{24}$ kg;

$G = 6{,}7\times10^{-11}\ m^3/kg\cdot s^2.$

Como a órbita é circular, a gravidade tem a função de aceleração centrípeta.

$$a_c = g \Rightarrow \frac{v^2}{R+h} = \frac{G\,M}{(R+h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G\,M}{R+h}} = \sqrt{\frac{6{,}7\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6\times10^6 + 0{,}72\times10^6}} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{6{,}7\times10^{-11}\times6\times10^{24}}{6{,}72\times10^6}} = \sqrt{60\times10^6} \cong 7{,}7\times10^3 \text{ m/s} \Rightarrow$$

$$\boxed{v = 7{,}7 \text{ km/s.}}$$

Resposta da questão 7:
[E]

Sabendo que:

$$\begin{cases} Rx = 10\cdot R_T \\ T_T = 1\,\text{ano} \\ T_x = ? \end{cases}$$

Utilizando a 3ª Lei de Kepler:

$$\frac{R_x{}^3}{T_x{}^2} = \frac{R_T{}^3}{T_T{}^2}$$

$$\frac{(10\cdot R_T)^3}{T_x{}^2} = \frac{R_T{}^3}{1^2}$$

$$\frac{1000}{T_x{}^2} = 1$$

$$T_x{}^2 = 1000$$

$$T_x = \sqrt{1000}$$

$$T_x \cong 32\text{ anos}$$

Resposta da questão 8:
[B]

Sabendo que,

$$g_p = \frac{G\cdot M_p}{R_p{}^2} \quad (1)$$

E que do enunciado tem-se que,

$$\begin{cases} M_p = 4\cdot M_T \\ R_p = \frac{1}{2}\cdot R_T \end{cases} \quad (2)$$

Logo, fazendo a substituição de (2) em (1),

$$g_p = \frac{G\cdot(4\cdot M_T)}{\left(\frac{1}{2}\cdot R_T\right)^2} = \frac{4\cdot G\cdot M_T}{\frac{1}{4}\cdot R_T{}^2} = 16\cdot\frac{G\cdot M_T}{R_T{}^2}$$

Assim,

$$g_p = 16\cdot g$$

Calculando a energia potencial do planeta,

$$E_{p_{planeta}} = m \cdot g_p \cdot h = m \cdot (16 \cdot g) \cdot h$$
$$E_{p_{planeta}} = 16 \cdot m \cdot g \cdot h$$

Assim, o fator pedido na questão é 16.

Resposta da questão 9:
[A]

Para análise desta situação, deve-se considerar dois pontos distintos:

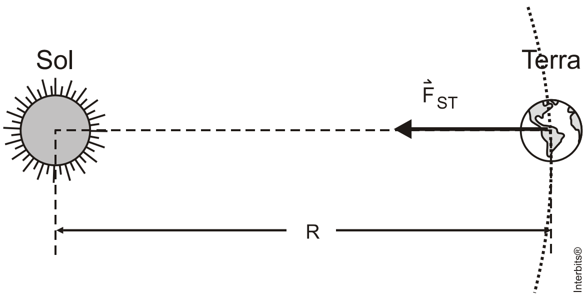
1. O ponto de lançamento do foguete.
2. Um ponto bem afastado da superfície do planeta (infinito), livre da ação da gravidade do Planeta. Neste ponto, a energia mecânica é nula.

Pelo princípio de conservação de energia mecânica, tem-se que:
$$E_{mec.sup} = E_{mec.inf}$$
$$\frac{m \cdot v_{esc}^2}{2} + \left(-\frac{G \cdot M \cdot m}{R}\right) = 0$$

O sinal negativo da força gravitacional deve-se ao fato de que esta se opõe ao movimento. Logo,
$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot m}{R}}$$

Resposta da questão 10:
Nota: o termo <u>órbita em torno do</u> Sol é redundante, pois a órbita já é em torno de algo.

a) a força que o satélite exerce sobre a Terra é desprezível. Então, a resultante centrípeta sobre a Terra é a força gravitacional que o Sol exerce sobre ela, conforme indica a figura.

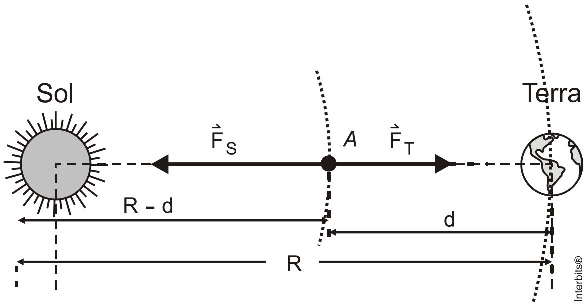


$$\vec{R}_{cent} = \vec{F}_{ST} \Rightarrow \cancel{M_T}\, \omega_T^2\, R = \frac{G\, M_S\, \cancel{M_T}}{R^2} \Rightarrow \omega_T^2 = \frac{G\, M_S}{R^3} \Rightarrow$$

$$\boxed{\omega_T = \sqrt{\frac{G\, M_S}{R^3}}.}$$

b) O período de translação do satélite é igual ao período de translação da Terra:
$$T_A = T_T = 1\,\text{ano} = 3{,}14 \times 10^7\,\text{s}.$$
$$\omega_A = \frac{2\,\pi}{T_A} = \frac{2 \times 3{,}14}{3{,}14 \times 10^7} \Rightarrow \boxed{\omega_A = 2 \times 10^{-7}\,\text{rad/s.}}$$

c) A força resultante gravitacional sobre o satélite é a soma vetorial das forças gravitacionais que o satélite recebe do Sol e da Terra, conforme ilustra a figura.



$$F_{res} = F_S - F_T = \frac{G\ M_S\ m}{(R-d)^2} - \frac{G\ M_T\ m}{d^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{F_{res} = G\ m\left[\frac{M_S}{(R-d)^2} - \frac{M_T}{d^2}\right].}$$

Resposta da questão 11:
[B]

Dados: $r_1 = 1.200.000\,\text{km} = 12 \times 10^5\ \text{km};\ r_2 = 300.000\,\text{km} = 3 \times 10^5\ \text{km};\ T_1 = 16\,\text{dias}.$
Aplicando a Terceira Lei de Kepler:

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T_2}{16}\right)^2 = \left(\frac{3 \times 10^5}{12 \times 10^5}\right)^3 \Rightarrow$$

$$\frac{T_2^2}{256} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \Rightarrow T_2^2 = \frac{256}{64} = 4 \Rightarrow$$

$$\boxed{T_2 = 2\ \text{dias.}}$$

Resposta da questão 12:
Dados: $r = 1{,}5 \times 10^{11}\text{m};\ G = 6{,}7 \times 10^{-11}\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^2;\ \pi = 3{,}14;\ T = 1\ \text{ano} = 3 \times 10^7\,\text{s}.$

Sendo circular a órbita do planeta, a força gravitacional exerce a função de resultante centrípeta.

$$F = R_{cent} \Rightarrow \frac{G\ M\ \cancel{m}}{r^2} = \cancel{m}\ \omega^2\ r \Rightarrow M = \frac{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r^3}{G} \Rightarrow M = \frac{4\pi^2\ r^3}{G\ T^2} \Rightarrow$$

$$M = \frac{4(9{,}9) \cdot \left(1{,}5 \times 10^{11}\right)^3}{\left(6{,}7 \times 10^{-11}\right) \cdot \left(3 \times 10^7\right)^2} = \frac{1{,}3 \times 10^{35}}{6 \times 10^4} \Rightarrow$$

$$M = 2{,}2 \times 10^{30}\ \text{kg}.$$

Resposta da questão 13:

a) Dados: **r_e** = 42.000 km; $\pi = 3$.

Como o satélite é geoestacionário, seu período orbital é igual ao período de rotação da Terra:

T = 24 h.

Calculando a intensidade da aceleração centrípeta:

$$a_c = \omega^2\ r_e = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\ r_e \Rightarrow a_c = \frac{4\pi^2}{24^2}\times 42.000 = \frac{4\times 3^2}{576}\times 42.000 \Rightarrow$$

$$a_c = 2.625\ \text{km/h}^2 \Rightarrow a_c = 2.625\frac{(1.000\ \text{m})}{(3.600\ \text{s})^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{a_c = 0{,}2\ \text{m/s}^2.}$$

b) Dados:

$$r_e = 42.000\text{km} = 42\times 10^6\text{m};\ M = 6\times 10^{24}\text{kg};\ G = 6{,}7\times 10^{-11}\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2;\ r_c = 7.000\ \text{km} = 7\times 10^6\text{m}.$$

$$E_{ad} = E_e - E_c = \left(\frac{-G\,M\,m}{2\ r_e}\right) - \left(\frac{-G\,M\,m}{2\ r_c}\right) \Rightarrow E_{ad} = \frac{G\ M\ m}{2}\left(\frac{-1}{r_e} - \frac{1}{r_c}\right) \Rightarrow$$

$$E_{ad} = \frac{6{,}7\times 10^{-11}\times 6\times 10^{24}\times 2\times 10^2}{2}\left(\frac{-1}{42\times 10^6} + \frac{1}{7\times 10^6}\right) \Rightarrow$$

$$E_{ad} = 40{,}2\times 10^{15}\left(\frac{-1+6}{42\times 10^6}\right) \Rightarrow E_{ad} = \frac{2\times 10^{17}}{42\times 10^6} \Rightarrow$$

$$\boxed{E_{ad} = 4{,}8\times 10^9\ \text{J}.}$$

Resposta da questão 14:

[B]

– Sendo **r** o raio médio da órbita e **T** o período de translação do planeta, analisando a 3ª Lei de Kepler:

$\dfrac{T^2_{Vênus}}{r^3_{Vênus}} = \dfrac{T^2_{Terra}}{r^3_{Terra}}$. Sendo o raio médio da órbita de Vênus menor que o da Terra, o período de translação de Vênus é menor que o da Terra, logo a frequência é maior.

– a velocidade angular é: $\omega = \dfrac{2\ \pi}{T}$. Como Vênus tem menor período, sua velocidade angular é maior.

– Para analisar a velocidade linear (**v**), aproximando as órbitas para circulares, a força gravitacional age como resultante centrípeta. Sendo **m** a massa do planeta e **M** a massa do Sol:

$R_{Cent} = F_{Grav} \Rightarrow \dfrac{m\ v^2}{r} = \dfrac{G\ M\ m}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{G\ M}{r}}$. Sendo o raio médio da órbita de Vênus menor que o da Terra, Vênus tem maior velocidade linear que a Terra.

Resposta da questão 15:

[D]

Dados: $m_T = 6\times 10^{24}\text{kg};\ m_T = 1\times 10^{26}\text{kg};\ d_{TS} = 1{,}5\times 10^{11}\text{m};\ d_{NS} = 4{,}5\times 10^{12}\text{m}.$

Da lei de Newton da Gravitação:

$$\left.\begin{cases} F_{ST} = \dfrac{G\ M\ m_T}{\left(d_{TS}\right)^2} \\ F_{SN} = \dfrac{G\ M\ m_N}{\left(d_{NS}\right)^2} \end{cases}\right\rangle \div \ \Rightarrow \ \frac{F_{ST}}{F_{SN}} = \frac{\cancel{G}\ \cancel{M}\ m_T}{\left(d_{TS}\right)^2} \times \frac{\left(d_{NS}\right)^2}{\cancel{G}\ \cancel{M}\ m_N} \ \Rightarrow$$

$$\frac{F_{ST}}{F_{SN}} = \frac{m_T}{m_N} \times \left(\frac{d_{NS}}{d_{TS}}\right)^2 \ \Rightarrow \ \frac{F_{ST}}{F_{SN}} = \frac{6 \times 10^{24}}{1 \times 10^{26}} \times \left(\frac{4{,}5 \times 10^{12}}{1{,}5 \times 10^{11}}\right)^2 = 6 \times 10^{-2} \cdot 9 \times 10^2 \ \Rightarrow$$

$$\frac{F_{ST}}{F_{SN}} = 54.$$

Resposta da questão 16:
[B]

A intensidade da força de atração gravitacional é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre a Terra e o satélite. Como as órbitas são circulares, a distância para cada satélite é constante, sendo também constante a intensidade da força gravitacional sobre cada um. Como as massas são iguais, o satélite mais distante sofre força de menor intensidade. Assim: $\mathbf{F_A < F_B < F_C < F_D < F_E}$.